

Kardos Gyula Matematika Verseny

12. osztály

2010. január 21.

1, Igazoljuk, hogy azok a törtek, amelyek $\frac{2}{b}$ alakúak, ahol b egynél nagyobb páratlan szám, felírhatók két különböző törzstört összegeként!

2, Mutassuk meg, hogy ha az egynél nagyobb b pozitív egész számnak mindegyik prímosztója $6k + 1$ alakú, akkor $\frac{3}{b}$ tört nem írható fel két törzstört összegeként!

3, Tegyük fel, hogy pozitív $\frac{a}{b} < 1$ törtet felírtuk a "mohó algoritmussal" az $m_1 < m_2 < \dots < m_k$ pozitív egészek reciprokösszegeként. Legyen $d = m_1^2 - m_1$. Mutassuk meg, hogy $m_2 > d, m_3 > d^2, m_4 > d^4, \dots, m_k > d^{2^{k-2}}$.

4, Megadható-e a síkon 8 pont úgy, hogy pontosan 11 egyenest határozzanak meg?

5, Adott a síkon n darab pont úgy, hogy nem illeszkednek mind egy egyenesre. Mutassuk meg, hogy meghatároznak legalább n darab olyan egyenest, amelyek mindegyike legalább két pontot tartalmaz a megadottak közül!