Szendrői Balázs

Partíciók, lépcsők, gyöngysorok, és az elektron kvantum-mechanikaja

2013 március 26-án kedden 16.00-tól kb. 18.00-ig a Fővárosi Fazekas Mihály Gimnáziumban.

Friss információk, a http://matek.fazekas.hu/portal/eloadas/ linken találhatók. Az iskola címe: 1082, Budapest, Horváth Mihály tér 8.

Hraskó András

Az előadó által írt beharangozó

Hányféleképpen lehet egy n pozitív egész számot pozitív egészek összegére felbontani? Az ilyen felbontásokat az n szám *partícióinak* nevezzük. Jelölje $p(n)$ az n partícióinak számát (a tagok sorrendje nem számít). A $p(n)$ sorozattal Euler is foglalkozott majdnem 300 évvel ezelőtt. Pl. $p(1)=1$, $p(2)=2$, $p(3)=3$, $p(4)=5, \ldots$, hiszen $1=1$, $2=1+1$, $3=2+1=1+1+1$, $4=3+1=2+2=2+1+1=1+1+1+1$. Ebből a kérdéskörből kiindulva olyan dolgokhoz jutunk el ahová Euler már nem: partíciók geometrikus és kombinatorikus megjelenéséhez, magasabb dimenziós általánosításokhoz, és arról is szót ejtünk, hogy mi köze van ennek a témának a kvantummechanikához.

Gondolkodni valók:

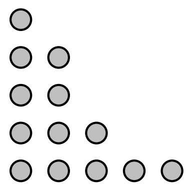
1. Bizonyítsuk be, hogy minden n pozitív egésznek ugyanannyi olyan partíciója van, amelyekben minden tag páratlan, mint olyan, amelyben minden tag különböző!

Pl. a 6-ot mindkét módon négyféleképpen lehet felbontani:

$$5+1=3+3=3+1+1+1=1+1+1+1+1+1, \qquad 6=5+1=4+2=3+2+1.$$

2. Bizonyítsuk be, hogy rögzített m számra minden n-nek ugyanannyi olyan partíciója van amelyben minden tag legfeljebb m, mind ahány olyan partíciója, amelyben legfeljebb m tag van!

Segítség: készítsünk ábrát! Ha $n=a+b+...+z$, akkor állítsuk a tagokat csökkenő sorrendbe, és tegyünk le egy sorba a kövecsket egymás mellé, azután a felette levő sorba b követ balra igazítva, stb. Pl. az $5+3+2+2+1$ összeg grafikus ábrázolása:



Tükrözzünk!

3. Igazoljuk, hogy

$$1+p(1)x^1+p(2)x^2+p(3)x^3+\ldots=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{1}{1-x^2}\cdot\frac{1}{1-x^3}\cdot\ldots$$

Szendrői Balázs