

Megoldás, pontozás (2009)

- 1) a) Jelöljük Jancsi 200 forintosainak számát x -szel, így $(27-x)$ db.500 forintos van. 1 pont
Pisti 500 forintosainak száma x és $(27-x)$ a 200 forintosainak a száma. 1 pont
Együtt $200x + 500(27-x) + 500x + 200(27-x)$ forintjuk van. 1 pont
azaz pénzük összege $(500+200)27 = 18\,900$ (Ft). 2 pont

- b) Minthogy Pistinek kétszer annyi pénze van, mint Jancsinak, ezért Jancsinak

$$\frac{18900}{3} = 6300, \text{ Pistinek pedig } 12\,600 \text{ Ft-ja van.}$$

2 pont

7 pont

- 2) Az ábrán ..

8 olyan derékszögű háromszög van, melynek befogói a négyzet oldalának felével egyenlők. 2 pont

4 olyan derékszögű háromszög van, melynek befogói a négyzet átlójának a felével egyenlők. 2 pont

4 olyan derékszögű háromszög van, melynek befogói a négyzet oldalával egyenlők. 2 pont

Más háromszög nem található. Tehát a keresett háromszögek száma 16.

1 pont

7 pont

Megjegyzés: A megfelelő pontokat kapja meg a tanuló akkor is, ha szöveg helyett színezéssel vagy rajzzal magyaráz.

- 3) Minthogy az 5 unoka átlagéletkora 9 év, ezért az éveik számának összege $5 \cdot 9 = 45$.

2 pont

Ha a nagypapa x éves, akkor a nagymama $x - 3$ éves.

1 pont

A feladat szerint: $\frac{x + x - 3 + 45}{7} = 24$.

2 pont

Innen $x = 63$.

2 pont

Tehát a nagypapa 63, a nagymama 60 éves.

1 pont

8 pont

- 4) Egyjegyű prímszámok a következők: 2, 3, 5, 7. Így a, b, c ezek közül kerülhet ki.

1 pont

A, b ill. c nem lehet sem 2, sem 5. Ekkor ugyanis a kétjegyűek között lenne páros és 5-tel osztható, amik nem prímszámok.

2 pont

Ezért a 2 vagy 5 lehet, míg b, ill. c közül az egyik 3, a másik 7.

2 pont

A három kétjegyű között szerepelne a 27 vagy az 57, ezek egyike sem prím.

2 pont

Tehát a feladatra nemleges a válasz.

1 pont

8 pont

Megjegyzés: Természetesen az utolsó 3 pontot akkor is kapja meg a tanuló, ha pl. abc-ről mutatja meg, hogy az lehet 237, 273, 537 vagy 573, de ezek egyike sem prím. Továbbá helyesen válaszol.

5) Legyen AB hossza a, AD hossza b. A derékszögű AFD Δ területe: $\frac{1}{2} \frac{a}{2} b = \frac{ab}{4}$. 2 pont

A derékszögű DCH Δ területe: $\frac{1}{2} a \frac{2}{3} b = \frac{ab}{3}$. 2 pont

A derékszögű FBH Δ területe: $\frac{1}{2} \frac{a}{2} \frac{b}{3} = \frac{ab}{12}$. 2 pont

A téglalap területe: ab. Ez az ábrán látható négy háromszög területének összege:

$$ab = 5 + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{3} + \frac{ab}{12}. \quad 2 \text{ pont}$$

Innen $ab = 5 + \frac{2}{3} ab$, amiből $ab = 15 \text{ (cm}^2\text{)}$. 2 pont

10 pont

6) a) Felírjuk a sorozat első néhány tagját: 3; 4; 2; 3; 1; 3; 3; 4; 2;
Észrevehetjük, hogy az első hat tag után a sorozat tagjai ismétlődnek. 2 pont
2009-ben a 6 megvan 334-szer és a maradék 5. 2 pont
Tehát a sorozat 2009. tagja megegyezik a sorozat 5. tagjával, azaz 1. 1 pont

b) Az első hat tag összege 16. 1 pont
100-ig 16 db. 6-os " csoport" van, ezután következnek a: 3; 4; 2; 3. 2 pont
Így az első 100 tag összege: $16 \cdot 16 + 3 + 4 + 2 + 3 = 268$. 2 pont

10 pont

Megjegyzés: Bármelyik feladat másfajta helyes megoldásáért a feladatra adható maximális pontszámot adjuk. Hiányos, vagy részben hibás megoldás pontszámát arányosan csökkentjük.