

F 1998/99. Iskolai (első) forduló
1998. november

7. osztály 1. Egy trópusi szigeten nem használnak pénzt. Tudjuk, hogy 50 banán 20 kókuszdiót, 30 kókuszdió 12 ananászt ér, és 100 ananászért pedig egy csónakot lehet kapni.

Hány banánt ér egy csónak?

2. Melyek azok a kétjegyű egész számok, amelyekhez a számjegyek felcserélésével kapott kétjegyű számot hozzáadva pozitív egész szám négyzetét kapjuk.

3. „Kovács úrnak legalább 1000 Ft van a zsebében.” - mondta András.

„Kovács úrnak kevesebb, mint 1000 Ft van a zsebében.” - mondta Andrea.

„Van pénz Kovács úr zsebében.” - mondta Adrienn.

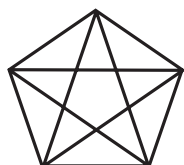
Hány forint van Kovács úr zsebében, ha tudjuk, hogy a három állítás közül csak egy állítás igaz?

4. Az $ABCD$ trapéz ($AB \parallel CD$) B , C és D csúcsai az A középpontú körön vannak. Mekkora a BCD szög, ha a BAD szög 160° ?

5. Egy szabályos ötszög összes átlóját megrajzoltuk.

a.) Hányféle egymástól különböző, szimmetrikus háromszöget találhatunk az ábrában?

b.) Összesen hányféle szimmetrikus háromszög van az ábrában?



8. osztály

1. Egy vállalatnál prémiosztáskor a prémium összegét hat ember között $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 5$ arányban akarják szétosztani. Időközben kiderül, hogy az egyik dolgozó, aki a prémium 25%-át kapta volna meg, nem tett eleget a prémiumkövetelményeknek. Ekkor a neki szánt 225000 Ft-ot úgy akarják elosztani az öt ember között, hogy a kiosztott összegek egymás közötti aránya ne változzék meg.

Mekkora összeget kap az öt ember külön-külön?

2. Egy férfi és egy nő sétáltak a tengerparton.

„Férfi vagyok!” - mondta a fekete hajú.

„Nő vagyok!” - mondta a szőke hajú.

Milyen színű a nő haja, ha tudjuk, hogy legalább az egyikük hazudott?

3. Az $ABCD$ konvex négyszög A csúcsánál lévő szöge derékszög. Az AC átló a négyszöget egy szabályos és egy egyenlőszárú háromszögre darabolja.

Mekkorák lehetnek a négyszög szögei?

4. Mutassuk meg, hogy az

$$\frac{a^2 - a + 1}{a^2 + a - 1}$$

törtet nem lehet sem 2-vel, sem 3-mal egyszerűsíteni, ha az a értéke pozitív egész!

5. Hosszabítsuk meg az ABC szabályos háromszög BC oldalát C -n túl egy tetszőleges CD szakasszal, BA oldalát pedig az A csúcson túl a BD -vel egyenlő hosszú AE szakasszal! Mutassuk meg, hogy $EC = ED$!

F 1998/99. Megyei / fővárosi forduló

1999. január

7. osztály I. kategória

1. Mari és Bori egy körpályán futnak, mindketten egy-egy teljes kört tesznek meg. Mari a pálya feléig fut, onnan gyalogol. Bori az idő felében fut, a másik felében gyalogol. Tudjuk, hogy a két lány azonos sebességgel fut, és egyforma gyorsan gyalogol, de mindketten gyorsabban futnak, mint gyalognak.

Melyikük teszi meg rövidebb idő alatt a kört?

2. Hány jegyű a $25^{16} \cdot 2^{38} \cdot 7$ szorzat?

3. Határozd meg az 5 cm sugarú körbe írt szabályos tizenkétszög területét!

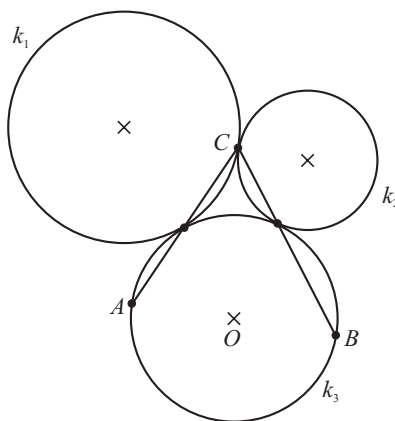
4. Melyek azok a négyjegyű, 9-re végződő számok, amelyek oszthatók számjegyeik mind-egyikével?

5. A k_1 , k_2 és k_3 körök páronként kívülről érintik egymást.

A k_1 és a k_2 körök C érintési pontját és a k_3 körön lévő érintési pontokat kössük össze egy-egy egyenessel, az ábra mintájára. Ezek az egyenesek a k_3 kört A -ban és B -ben metszik.

Mekkora az AOB ?

(O a k_3 kör közepe.)



7. osztály II. kategória

1. Egy utcaszakasz egyik oldalán saroktól sarokig a házzszámok összege 117.

Mi az utcaszakasz elejétől számított ötödik ház száma?

2. Két férfi beszélget:

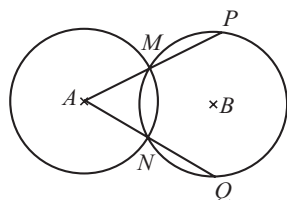
- Képzeld, milyen érdekes év volt számomra az 1998. Ebben az évben éppen kétszer annyi éves voltam, mint amennyi a születési évem számjegyeinek az összege.

- Hát ez valóban furcsa, ugyanis velem pontosan ugyanez a helyzet, pedig én idősebb vagyok, mint te.

Hány évesek ezek a férfiak?

3. Az A középpű r sugarú k_1 , és a B középpű r sugarú k_2 körök az M és az N pontokban metszik egymást. Az AM egyenes a k_2 kört a P , míg az AN egyenes ugyanezt a kört a Q pontban metszi.

Mekkora a $\angle PBO$, ha $\angle MAN = 30^\circ$?



			1						
		2	3	4					
4.	Az	5	6	7	8	9			
		10	11	12	13	14	15	16	
		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

„számháromszöget” úgy képeztük, hogy egymás után leírtuk a pozitív egész számokat, minden sorba kettővel többet, mint a megelőzőbe.

Melyik szám fog állni közvetlenül az 1999 alatt?

5. Az ABC háromszög C csúcsán át merőlegest emelünk az ABC -nek a szögfelezőjére. Ennek a merőlegesnek a talppontja a T . Erre a T pontra illesztett, és az AB -vel párhuzamos egyenes a háromszög oldalait az A_1 illetve a B_1 pontokban metszi.

Az A_1B_1C háromszög területe hányad része az ABC háromszög területének?

8. osztály I. kategória

1. Nagymama a hét végére mindig meghívja a 4 unokáját. Közülük, akinek kedve van, nála töltheti a hétvégét. Ha egyikük sem jön, akkor nagyon bánatos, ha csak egy, akkor bánatos, ha kettő, akkor szomorkás a nagymama. Ha három unokáját látja vendégül, akkor vidám, de a legvidámabb akkor, ha mindnyájan nála vannak.

Az unokák összesen hány különböző esetben idézhetik elő a nagymama fenti hangulatait?

2. Valaki elad két lovat, és két nyeret. Az egyik nyereg ára 120 dollár, a másiké 25 dollár. Az első ló a drága nyereggel háromszor annyiba kerül, mint a második ló az olcsó nyereggel. Viszont az első ló az olcsó nyereggel kétszer annyiba kerül, mint a második ló a drága nyereggel.

Hány dollár volt a két ló ára?

3. Bizonyítsd be, hogy az $55^{100} + 55^{101} + 55^{102}$ összeg osztható 13-mal!

4. Egy háromszög két oldalának a hossza 10 és 15 egység. Az ezekhez az oldalakhoz tartozó magasságok összege egyenlő a harmadik oldalhoz tartozó magassággal.

Mekkora a harmadik oldal?

5. Mekkora annak a derékszögű háromszögnek a szögei, amelyben az oldalak hosszának a szorzata négyszer akkora, mint a magasságok hosszának a szorzata?

8. osztály II. kategória

1. 8 órán át 30 kis teherkocsi, és 6 órán át 9 nagy teherkocsi szállította el egy raktár árukészletét. Ha a nagy kocsik 8 órán át, és a kis kocsik 6 órán át szállítottak volna, akkor a raktárkészlet $\frac{2}{15}$ része a raktárban maradt volna.

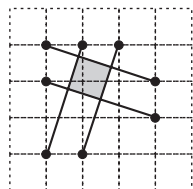
Hány óra alatt szállította volna el egyedül a kis kocsi, illetve egyedül a nagy kocsi a teljes raktárkészletet?

2. Milyen n természetes számra lesz az

$$\frac{1998 + 333n}{1998 - 333n}$$

tört természetes szám?

3. Egy négyzetrács 8 pontját az ábrán látható módon páronként összekötöttük. Mekkora a négy szakasz határolta négyszög területe, ha a négyzetrács egységnégyzetekből épült fel?



4. Oldd meg az egész számok halmazán értelmezett

$$5(x^2 + y^2 + z^2) - 4(xy + yz + xz) = 3$$

egyenletet!

5. Az ABC háromszög AB és AC oldalára a háromszögön kívülre megszerkesztjük az ABD és az ACE szabályos háromszögeket, míg a BCF szabályos háromszög F csúcsát a BC egyenes nem választja el az A ponttól.

Igazoljuk: ha a $BAC_{\triangle} \neq 60^\circ$, akkor az $ADFE$ négyszög paralelogramma!

Lehet-e az $ADFE$ négyszög négyzet?

F 1998/99. Országos (harmadik) forduló
1999. április 15.

7. osztály I. kategória

1. Egy verseny előtt öt versenyző nyilatkozott:

Ali: Az első három között leszek.

Béla: Én nyerek.

Csaba: Legyőzöm Alit.

Dani: Nem tudom Bélát legyőzni.

Ede: Csaba vagy Dani fog nyerni.

Hogyan alakult a sorrend, ha a verseny végére egyiküknek sem lett igaza?

2. Gyors Gyuri hosszabb túrákon gépkocsijával 60 km/h sebességgel szokott haladni, míg Lassú Lali megviselt kocsijával csak 30 km/h sebességet tud elérni. Egyik közös kirándulásukkor Gyuri azt mondta barátjának, Lalinak, hogy 80 km megtétele után visszafordul, és ha majd találkoznak, akkor együtt ebédelnek.

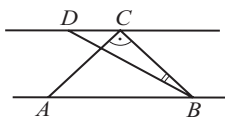
Az indulás után mennyi idő múlva találkoznak, ha egyszerre indultak ugyanabba az irányba, és a találkozásig mindketten megállás nélkül haladtak?

3. Egy háromjegyű és egy kétjegyű szám összege 135. Ha a nagyobb szám egyik számjegyét töröljük, akkor a kisebb számot kapjuk.

Melyik ez a két szám?

4. Az AB egyenes párhuzamos a CD -vel, továbbá $AC = CB$, $AB = BD$ és $\angle ACB = 90^\circ$.

Mekkora a $\angle CBD$?



5. Az 1-től 25-ig terjedő egészek mindegyikét felírtuk egy-egy cédulára, és a cédulákat egy kalapba tettük. Visszatevés nélkül, egyesével húzzuk ki a cédulákat egészen addig, amíg két olyan cédulánk nem lesz, amelyen lévő számok szorzata négyzetszám.

Legfeljebb hány cédulát kell kihúznunk?

7. osztály II. kategória

1. Egy végrendelet 100000 Ft vagyont hagyott három férjre és ezek feleségeire. A három asszony összesen 39600 Ft-ot kapott, mégpedig úgy, hogy Margitra 1000 Ft-tal több jutott, mint Máriára, s Mártára 1000 Ft-tal több, mint Margitra. A három férj közül Piros Péternek kétszer annyi jutott, mint a feleségének, Fehér Ferencnek ugyanannyi járt, mint a nejeének, míg Zöld Zoltán 50%-kal többet kapott, mint a felesége.

Ki a férje Margitnak, Máriának és Mártának?

2. Egy szabályos sokszög minden csúcsát pirosra vagy kékre színezzük. Hány különböző színezés lehetséges, ha két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihető át egyik a másikba?

3. Az ábrán látható sokszög minden oldala egységnyi, szögei pedig rendre 45° , 135° , 90° , vagy 270° .

Mekkora a sokszög területe?



4. Egy vonat 100 utassal indult ki a pályaudvarról. Az első állomáson felszállt x utas, és leszállt y utas, a második állomáson felszállt $2x$ utas, és leszállt $2y$ utas, és így tovább. Az n -edik állomáson $n \cdot x$ utas szállt fel a vonatra, és ugyanitt $n \cdot y$ utas le is szállt. A következő, vagyis a végállomáson mind a 485 utas kiszállt.

Hány állomás volt összesen?

5. Oldd meg az alábbi egyenletet!

$$12x^2 + 9y^2 + 15z^2 = 6xy + 12yz + 18xz$$

8. osztály I. kategória

1. Hogyan rendezhetők egy sorba az 1-től 16-ig terjedő egész számok úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege négyzetszám legyen?

2. Egy edzőtáborból hazainduló tanulócsoport az első óra alatt 3 km-t tesz meg. Kiszámítják, hogy ha ugyanezzel a sebességgel haladnának, akkor a vonat indulása után 40 perc múlva érkeznének az állomásra. Ettől kettdve óránként 4 km-t tesznek meg, és így a vonat indulása előtt 45 perccel már az állomáson vannak.

Hány km-re volt az edzőtábor az állomástól?

3. Egy trapéz alapjai 3 és 6 cm hosszúak, szárai pedig 3 és 4 cm-esek.

Mekkorák az átlói?

4. Egy gazdálkodó kiszámította, hogy a rendelkezésre álló összes kerítésoszlop felhasználásával (és a közöttük kifeszített hálóval) háromféle alakú földdarabot tud elkeríteni.

Vagy egyetlen négyzet alakút, vagy olyan téglalap alakú földdarabokat tud elkeríteni, amelyek két vagy három négyzetalakúnak az egyesítéséből keletkeznek.

Az utóbbi két esetben a szomszédos négyzeteket is egyrétegű kerítéshálóval választja el. Az oszlopokat minden esetben egymástól egyenlő távolságban állítja fel.

Hány kerítésoszlop áll a rendelkezésére?

5. 35 ember ül öt sorban és hét oszlopban elhelyezett székeken. Átültethető-e ez a 35 ember úgy, hogy mindegyikük a korábbi székének a közvetlen szomszédjára ül?

(Szomszéd egy szék akkor, ha egy másik szék mellett közvetlenül jobbra vagy balra, avagy előtte vagy mögötte van.)

8. osztály II. kategória

1. Legyen x és y egy tízes számrendszerbeli szám egy-egy számjegye, és legyen $y > 2$.

Hány olyan 2000-nél kisebb négyjegyű szám van, amelyben az egyesek helyén y , a tízesek helyén x , a százask helyén $x + 1$ áll?

E számok közül melyik a legnagyobb?

2. Melyek azok a kétjegyű \overline{ab} számok, amelyekre

$$\frac{a+b}{2} - \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = 1?$$

3. Petinek 100-nál kevesebb egységnégyzete van. Ezek mindegyikének felhasználásával pontosan négy különböző téglalapot tudott kirakni egyrétűen és hézagmentesen úgy, hogy a téglalapok mindkét oldala legalább 2 egységnyi volt.

Ha az eredeti egységnégyzetekből egyet elvett, akkor a megmaradtakból már csak egyféle téglalapot tudott összeállítani, persze most is úgy, hogy a téglalap mindkét oldala legalább 2 egységnyi volt.

Hány egységnégyzete volt eredetileg Petinek?

4. Az ABC háromszögben az A csúcsnál lévő szög 60° . Az AB oldalon az M pont, az AC oldalon az N pont olyan, hogy a

$$BN + NM + MC$$

összeg minimális.

Hol kell legyenek az M és N pontok?

5. Mi annak a szükséges és elégséges feltétele, hogy az $ABCD$ tetraéder élleinek felezőpontjai egy gömbön legyenek?