

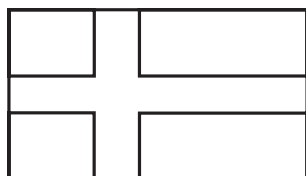
F 1997/98. Iskolai (első) forduló
1997. november

7. osztály

1. Két természetes szám összege 847. Ha az egyik szám végéről elhagyjuk a nullát, akkor a másik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?
2. Határozd meg azokat az \overline{abab} alakú, négyjegyű természetes számokat, amelyek oszthatók 15-tel!
3. A szilvának 80%-a víz, az aszalt szilvának már csak 40%-a víz. Mennyi szilvából lesz 100 kg aszalt szilva?
4. Egy kerékpár kereke 1 másodperc alatt ötöt fordul, és öt másodperc alatt 50 métert tesz meg. Hányszor fordul körbe a kerék, mialatt a kerékpár 1200 métert tesz meg?
5. Hogyan vágnál fel egy $6\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ -es téglalapot két egyenes vágással három egyenlő területű részre úgy, hogy a kapott részek között két háromszög is legyen?

8. osztály

1. Egy számban a tizedesvesszőt két helyiértékkel balra vittük, majd az így kapott számhoz hozzáadtuk az eredeti szám $\frac{4}{5}$ részét. Így az 1617,57 számot kaptuk. Mi volt az eredeti szám?
2. Egy faluból reggel 7 órakor ugyanonnan, egyszerre és egy irányba indul el egy gyalogos 4 km/óra és egy kerékpáros 12 km/óra sebességgel. 9 órakor az előbbieket indulási helyétől utánuk ered egy traktor, amely a gyalogost abban a pillanatban éri utól, amikor az 20 km -rel van a kerékpárostól elmaradva. Hány órakor éri utól a traktor a kerékpárost?
3. Az AB szakaszt az X és az Y pontokkal három egyenlő részre osztottuk és az XY szakasz fölé egyenlő oldalú háromszöget szerkesztettünk, amelynek a harmadik csúcsa a Z . A Z pont körül az $AZ = BZ$ sugárral kört rajzoltunk. Az XY szakasznak a Z ponton túli meghosszabbítása a kört a C pontban metszi.
Mekkorák az ABC háromszög szögei?
4. A 36-nak melyik az a legkisebb pozitív többszöröse, amelynek a tízes számrendszerbeli alakjában csak egyes és nulla számjegy szerepel?
5. A finnek nemzeti zászlója: fehér téglalap alapon fekvő kék kereszt (lásd az ábrát!). A kék kereszt hosszabbik sávjának a területe 8800 cm^2 , a rövidebbik sáv területe pedig 5400 cm^2 . Mekkora a zászló területe, ha a kék kereszt 12600 cm^2 területű?



F 1997/98. Megyei forduló
1998. január

7. osztály I. kategória

1. Egy társas összejövetelel háromszor annyi férfi jelent meg, mint nő. Később azonban négy házaspár eltávozott, s ekkor négyszer annyi férfi maradt, mint nő.

Hány férfi és hány nő jelent meg az összejövetelel?

2. Húzz érintőket egy 6 cm sugarú körhöz a körön kívül fekvő P pontból. Az érintési pontokhoz vezető sugarak egymással 120° -os szöget zárnak be.

Milyen messze van a P pont a körtől?

3. Egy autó állandó sebességgel halad az autópályán. Az autó vezetője miután elsuhant az XY , majd fél óra múlva az YX kétjegyű, a következő félóra után az XOY háromjegyű (itt az O a nullát jelenti) számokat mutató kilométerjelző táblák mellett, zavartalanul folytatta az útját.

Mekkora az autó sebessége?

4. Az 5 cm oldalú szabályos háromszög egy belső P pontjára a háromszög mindhárom oldalával párhuzamos egyeneseket fektetünk.

Mely P pontban (vagy pontokban) lesz a legnagyobb e párhuzamosok háromszögbe eső szakaszainak az összege?

Mekkora ez az összeg?

5. Dobókockával dobunk háromszor egymás után.

a.) Hányféle háromjegyű számot kaphatunk így?

b.) Ezek közül hány osztható 5-tel, és hány 9-cel?

7. osztály II. kategória

1. Egy teljes nap, azaz 24 óra alatt hányszor zár be egymással 30° -os szöget az óra kis- és nagymutatója?

2. Két üzem ugyanolyan gépalkatrészeket gyárt. Egy hét alatt a két üzem együttesen 8200 darab alkatrészt gyártott le. Az egyik üzemből készült alkatrészek 2%-a, míg a másikban gyártottak 3%-a volt hibás, a két üzemből együtt 216 darab.

Hány hibátlan alkatrészt gyártottak külön-külön?

3. Az itt látható 3×3 -as bűvös négyzetben elhelyeztünk három számot.

Határozd meg a felső sor hiányzó elemét!

(Bűvös négyzet: a három sorban, a három oszlopban és a két átlóban álló számok összege azonos.)

	19	98
1		

4. Az 1.99.8 hatjegyű szám két jegye hiányzik.

Írj a hiányzó számjegyek helyére egy-egy olyan számjegyet, hogy az így nyert hatjegyű szám osztható legyen 36-tal is, és 99-cel is!

Hány ilyen hatjegyű szám van, és melyek ezek?

5. Az $ABCD$ paralelogrammában $\overline{AB} > \overline{BC} = 2$ cm. Az \overline{AC} átló felezőmerőlegese az AB oldalt az E pontban metszi. A CE szakasz felezi mind az ACB , mind a BEO szöget. (O a négyszög középpontja.)

Mekkorák az átlók, és mekkora szöget zárnak be egymással és az oldalakkal?

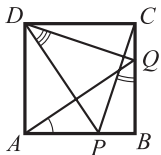
8. osztály I. kategória

1. Egy család a megtakarított pénzéből ruhaneműt vásárolt. A pénz $\frac{1}{3}$ részét pulóverre, a megmaradó összeg $\frac{3}{5}$ részét nadrágra, s a még rendelkezésükre álló pénz 75%-át ingre költi. Sapkára kellene még az eredeti összeg 10%-a, de ennyi nem maradt, 150 Ft-tal ki kellett pótolni.

Mennyi megtakarított pénze volt a családnak, és mennyibe kerültek az egyes ruhaneműk?

2. Igazold, hogy bárhogyan is adunk meg 12 darab 4-nél nagyobb egymást követő egész számot, azok között van legalább 8 összetett!

3. Az $ABCD$ négyzet AB oldalának B -hez közelebbi harmadolópontja P , a BC oldalának C -hez közelebbi harmadolópontja Q . Mekkora az ábrán megjelölt három szög összege?



4. 100 különböző pozitív egész összege 9998. Bizonyítsd be, hogy az összeg tagjai közül legalább kettő páros!

5. Egy ötszög kerülete 160,8 cm, négy oldalának hossza centiméterekben mérve egész szám, és arányuk 6:7:9:11.

Mekkorák az ötszög oldalai?

8. osztály II. kategória

1. Egy gépkocsinak mind a négy kerekére új gumibroncsot szereltek. Egy abroncsot akkor tekintenek teljesen elkopottnak, ha a hátsó keréken 15000 km-t, vagy ha az első keréken 25000 km-t futott.

Mennyit futhat a kocsi a négy abroncs teljes elkopásáig, ha alkalmas időben az első abroncspárt felcserélik a hátsó párra?

2. Melyik az a természetes szám, amellyel a 273437-et osztva 17-et, a 272758-at osztva 13-at ad maradékul?

3. A 8 cm oldalú és 12 cm² területű háromszögek közül melyik a legkisebb kerületű? Mekkora ez a legkisebb kerület?

4. Oldd meg a valós számok halmazán az

$$x|2 - |1 - x|| = x$$

egyenletet! (Az $|a|$ az a valós szám abszolútértékét jelöli!)

5. Egy négyzet belsejében úgy vettünk fel két pontot, hogy az ezeket a négyzet négy csúcsával összekötő szakaszok a négyzetet kilenc, közös belső pont nélküli sokszögre darabolják.

Lehet-e a kilenc sokszög területe ugyanakkora?

F 1997/98. Döntő (harmadik) forduló

1998. április 16.

7. osztály I. kategória

1. Egy óra a hőmérséklet ingadozása miatt naponta nappal fél percet siet, éjjel harmad percet késik. Május elsején nappal pontosan mutatja az időt.

Számítsuk ki, hogy legközelebb hányadikán siet 5 percet?

2. Hányszor fordul elő az 1-es számjegy az 1998 tagú

$$N = 9 + 99 + 999 + \dots + \overbrace{99 \dots 99}^{1998 \text{ db.}}$$

összeg tízes számrendszerbeli alakjában?

3. Az ABC háromszögben $\alpha = \beta + 90^\circ$. Tükrözzük a háromszöget a C csúcsból induló magasságvonalra! Így kapjuk az $A'B'C'$ háromszöget. Bizonyítsd be, hogy a BCA' háromszög derékszögű!

4. Árpi, Balázs, Nándi és Vili kötelet húzott. Balázs egyedül is győzött, amikor Árpi és Nándi együtt volt. Amikor Balázs és Árpi volt az egyik oldalon, Nándi és Vili pedig a másikon, akkor döntetlen eredmény született. Amikor azonban Nándi és Árpi helyet cserélt, akkor Vili és Árpi gyorsan győzött. Ki a legerősebb, és mi a további erőssorrend?

5. Adj meg 7 olyan különböző pozitív egészt, amelyek reciprokanak az összege 1!

7. osztály II. kategória

1. Határozzuk meg azokat a négyjegyű 9-re végződő számokat, amelyek oszthatók számjegyeik mindegyikével!

2. Van 10 állításunk:

1. „A 2. állítás hamis.”

6. „A 7. állítás hamis.”

2. „A 3. állítás hamis.”

7. „A 8. állítás hamis.”

3. „A 4. állítás hamis.”

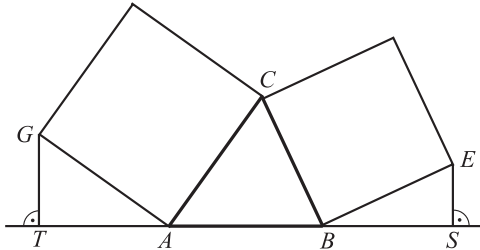
8. „A 9. állítás hamis.”

4. „Az 5. állítás hamis.”
 5. „A 6. állítás hamis.”

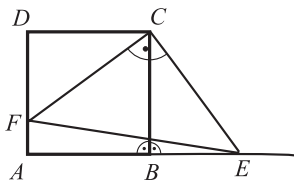
9. „A 10. állítás hamis.”
 10. „Az 1. állítás hamis.”

Hány igaz és hány hamis állítás van a felsoroltak között?

3. Az ABC hegyesszögű háromszög BC és AC oldala fölé négyzeteket rajzoltunk, majd merőlegest állítottunk az AB egyenesére G -ből és E -ből. Bizonyítsd be, hogy T és S egyenlő távolságra van az ABC háromszög köré írható körtől.



4. Az $ABCD$ négyzet területe 256, a CEF derékszögű háromszög területe pedig 200 területegység. Milyen hosszú a BE szakasz, és mekkora az AEF háromszög területe?



5. Mutassuk meg, hogy egy $2n \times 2n$ -es táblázat mezői kitölthetők a $-1, 0, 1$ számokkal úgy, hogy a táblázat soronkénti és oszloponkénti összegei $4n$ darab különböző számot adjanak!

8. osztály I. kategória

1. Adjuk össze a 2, 5, 8, ... számtani sorozat első 1998 tagjának a négyzetét. Mi lesz az összeg utolsó számjegye?

2. Az egymástól 5 km távolságra levő Ali és Bea egyszerre indulnak egymás felé. Bea sebessége 1,5-szerese Aliénak. Ali kezéről indulásának pillanatában egy légy elrepül Bea felé háromszor akkora sebességgel, mint ahogy Ali megy. A légy Beát elérve rögtön visszafordul és változatlan sebességgel repül Aliig, majd ide-oda röpköd az egymáshoz közeledők között, azok találkozásáig. Mennyi utat tett meg a légy?

3. A derékszögű koordináta-rendszer mely $P(x; y)$ pontjainak koordinátáira teljesül, hogy

$$|2x - 3y| < 12?$$

4. Az ABC hegyesszögű és nem szabályos háromszögben legyen a $BAC_{\triangle} = 60^\circ$. Jelölje E a C -ből induló magasság talppontját. Igazoljuk, hogy az OM felezi a BME_{\triangle} -et, ha M a háromszög magasságpontja, O pedig a körülírt kör középpontja!

5. Helyezzük el a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 és 9 számokat tetszőleges sorrendben egy kör mentén. Bizonyítsuk be, hogy bármely sorrend esetén van három olyan, a kör mentén egymást követő szám, amelyek összege legalább 15!

8. osztály II. kategória

1. Antal lefelé megy a felfelé haladó mozgólépcsőn és 150 lépcsőfokot tesz meg, amíg leér. Barátja, Balázs fölfelé megy és 175 lépcsőfokot halad, míg lentől fölé. Antal időegységenként háromszor annyi lépcsőfokot halad, mint Balázs. Hány lépcsőfok látható a mozgólépcsőből egyszerre.
2. Két konvex sokszögben összesen annyi oldal van, ahány átló. Melyek ezek a sokszögek?
3. Az egységsugarú körlapon 6 pontot helyeztünk el. Bizonyítsd be, hogy van köztük kettő, melyek távolsága 1-nél nem nagyobb!
4. Az egész számokon értelmezett f függvényre

$$f(n) = \begin{cases} n + 3 & , \text{ ha } n \text{ páratlan} \\ \frac{n}{2} & , \text{ ha } n \text{ páros.} \end{cases}$$

Legyen k páratlan, és $f(f(f(k))) = 27$. Add meg k jegyeinek az összegét!

5. A háromszög C csúcsához tartozó magasság, súlyvonal és (belső) szögfelező a C csúcsnál lévő szöget négy egyenlő részre darabolja. Mekkora a háromszög szögei?