

Kardos-verseny I. forduló (2024. március 26.)

(45 perc. Papír, íróeszköz, józan ész használható, semmilyen más segédeszköz nem. Minden feladatra kérdésenként egy egész szám a válasz.)

1. Legfeljebb hány embert lehet leültetni 100 darab egy sorban lévő székre úgy, hogy ha valaki leül, akkor egyik szomszédja (ha van) feláll? (Az algoritmusnak akkor van vége, mikor valaki feláll.)

2. Egy sorozatban bármely három szomszédos tag összege 2024. Tudjuk továbbá, hogy a 80. tag 100 és a 150. tag 200. Mennyi a sorozat első 40 tagjának az összege?

3. Adott 32 páronként különböző tömegű kő és egy mérósúlyok nélküli kétkarú mérleg. Legkevesebb hány méréssel tudjuk meghatározni, hogy melyik a két legnehezebb kő?

4. Egy sorozat első tagja 1, s minden további tagot úgy képezünk, hogy az előző tag 8-szorosát 7-tel megnöveljük. A sorozat első 1000 tagja között hány 17-tel osztható van?

5. Az ábrán látható játéktábla 1-től 52-ig számozott mezőből áll. Ezen a pályán Anna és Béla a következő játékot játsszák. A kezdő Anna 0-ról indul, és 1, 2, 3 vagy 4 mezővel előrébb teheti a közös játékbábút. Ezután Béla szintén 1, 2, 3 vagy 4-gyel nagyobb számú mezőre léphet a bábuval. Ismét Anna következik, 1, 2, 3 vagy 4 mezővel léphet előre, majd újra Béla jön és így tovább. Viszont csak egyenesen lehet lépni, tehát egy lépésen belül „kanyarodni” tilos. (A 18-as mezőről nem léphetünk például a 21-es vagy 22-es mezőre.) Az a játékos nyer, akinek a bábuval sikerül az utolsó, 52. mezőre lépnie. Melyik mezőre lépjen kezdéskor Anna?

0	1	2	3	4	...	19	20
							21
							22
							...
							52

6. Egy táblára kezdetben az 1, 2, 3, ..., 100, 101, 102 számokat írjuk. Egy-egy lépésben letörlünk két számot, és helyettük a különbségük abszolútértékét írjuk vissza. 101 lépés múlva egyetlen szám marad a táblán. Mennyi lehet ennek a számnak a maximuma és a minimuma?

7. A 0 számból kiindulva az alábbi két megengedett műveletet hajthatjuk végre: vagy megduplázzuk a kapott számot, vagy egyet adunk a kapott számhoz. Legalább hány megengedett műveletet kell végrehajtanunk ahhoz, hogy megkapjuk a 87-et?

8. Bergengóciában a Királyfinak olyan Varázskardja van, amellyel egy-egy csapással a 100 fejű Sárkány 7, 9 vagy 11 fejét tudja leütni; azonban az egyes esetekben rendre 13, 18 ill. 5 új feje nő ki a Sárkánynak. (Ha a Sárkány összes feje lehullott, nem nő ki több). Legkevesebb hány suhintással tudja a Királyfi legyőzni Sárkányt?

9. Egy kocka csúcsaiba egy-egy számot írtunk, ezek: az alaplapon körben 2, 3, 5, 7, a fedőlapon 11, 13, 17, x . (A 2-es felett a 11-es áll stb.) Egy lépésben megnöveljük valamely él két végpontjában álló számokat eggyel-eggyel. y számú lépés után észrevettük, hogy minden csúcson azonos szám áll. Mennyi lehetett x értéke, és mennyi y minimális értéke?