Kardos-Montágh Matematikaverseny
2020.
I. forduló

Az első forduló feladatainak beadási határideje:

2020. március 23. 8.00 óra.

A versenyzők a megoldásaikat elektronikusan – pdf file-ban – elküldhetik a *matoktport@gmail.com* emailcímre, illetve papíron is leadhatják matematikatanáruknak a jelzett határidőig. Mindenki a saját évfolyama számára kitűzött feladatok és a ,,desszert" feladatok megoldásait küldheti be. További feladatmegoldásokat nem értékelünk. A sikeres részvételhez nem szükséges az összes feladat megoldása. Már egy jó megoldás is fontos és beküldendő. A legszebb megoldásokat a verseny lezárása után a matek.fazekas.hu honlapon közzétesszük.

10. évfolyam

1. Határozzuk meg az m valós paraméter értékét úgy, hogy a másodfokú $x^2 - mx + m - 1 = 0$ és $x^2 - (m+2)x + 6 = 0$ egyenleteknek pontosan egy közös gyöke legyen.

2. Adja meg az egyenlet valós megoldásait:
$$\sqrt{(x-1)(x-2)} + \sqrt{(x-3)(x-4)} = \sqrt{2}.$$

3. Tudjuk, hogy az
$$x^3 - 3x^2 + 2x + c$$
polinom egyik gyöke a másik gyök kétszerese. Határozzuk meg c értékét és a polinom gyökeit.

11. évfolyam

1. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:
$$\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6.$$

2. Oldjuk meg az egyenletet a valós számok halmazán:
$$12x^5 - 8x^4 - 45x^3 + 45x^2 + 8x - 12 = 0.$$

3. Határozzuk meg az $a; b; c$ paraméterek értékét úgy, hogy az
$$x^4 + x^3 + ax^2 + bx + c$$
polinom $(x-1)$-gyel, $(x-2)$-vel, $(x-3)$-mal osztva rendre $1, 2, 3$ maradékot adjon.

12. évfolyam

1. Adja meg az egyenlet összes megoldását a valós számok halmazán :

$$x+9-19\sqrt{\frac{x+9}{x-15}}-\frac{560}{x-15}=0.$$

2. Keresse meg az egyenlet valós megoldásait:

$$\frac{1}{\log_6(3+x)}+\frac{2\log_{0,25}(4-x)}{\log_2(3+x)}=1.$$

3. Igazoljuk, hogy ha a, b, c és d különböző egész számok, továbbá tudjuk, hogy az $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)-4$ polinomnak gyöke a q egész, akkor $q=\frac{a+b+c+d}{4}$.

Desszert - feladatok minden résztvevőnek

1. Adja meg az egyenlet valós megoldásait:

$$(x^2+9x-7)^3+(2x^2-7x+6)^3=(3x^2+2x-1)^3.$$

2. Legyenek a és b tetszőleges valós számok. Keresssük meg a következő kifejezés minimumát:

$$6a^2+3b^2-4ab-8a-2b+11.$$