

Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
7. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Egy paralelogramma egyik oldala 4 cm, másik oldala 6 cm hosszú. Az egyik szöge 150° . Mekkora a paralelogramma területe?
(5 pont)

1. feladat megoldás: Rajzoljuk be a paralelogramma magasságát (1 pont), így kapunk egy félszabályos háromszöget (2 pont), aminek segítségével a magasság éppen az oldal hosszának fele (1 pont). Így a terület $a \cdot m = 12 \text{ cm}^2$ (1 pont).

2. feladat: Egy egyenlő szárú háromszög egyik szöge kétszer akkora, mint a másik. Mekkora lehetnek a szögei ennek a háromszögnek?
(6 pont)

2. feladat megoldás: Az egyenlő szárú háromszög szögei így vagy α, α és 2α vagy $\beta, 2\beta$ és 2β (2 pont). Mivel a belső szögek összege 180° (1 pont), így $\alpha = 45^\circ$ vagy $\beta = 36^\circ$ (1 pont). Tehát a háromszög szögei vagy $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ vagy $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$ (2 pont).

3. feladat: Hány darab 15-tel osztható, hatjegyű szám képezhető, a 0; 1; 2; 3; 4; 5 számjegyek pontosan egyszeri felhasználásával?
(7 pont)

3. feladat megoldás: 15-tel osztható, ha 3-mal és 5-tel (1 pont). 3-mal a számjegyösszeg miatt biztosan osztható lesz (1 pont). 5-tel akkor lesz osztható, ha 0-ra vagy 5-re végződik (1 pont). Ha 0-ra végződik, akkor $5! = 120$ eset van (1 pont), ha 5-re végződik, akkor $4 \cdot 4! = 96$ eset (1 pont), mert 0-val nem kezdődhet a szám (1 pont). Vagyis összesen $120 + 96 = 216$ eset van (1 pont).

4. feladat: Hányféleképpen helyezhető el egy 4×4 -es sakktablán egy négyzet úgy, hogy a csúcsai a sakktabla mezőinek valamely csúcsára essenek?
(8 pont)

4. feladat megoldás: Valószínűleg az alábbi esetszétválasztást fogják alkalmazni:

1×1 : 16db (1 pont)

2×2 : 9db (1 pont)

3×3 : 4db (1 pont)

4×4 : 1db (1 pont)

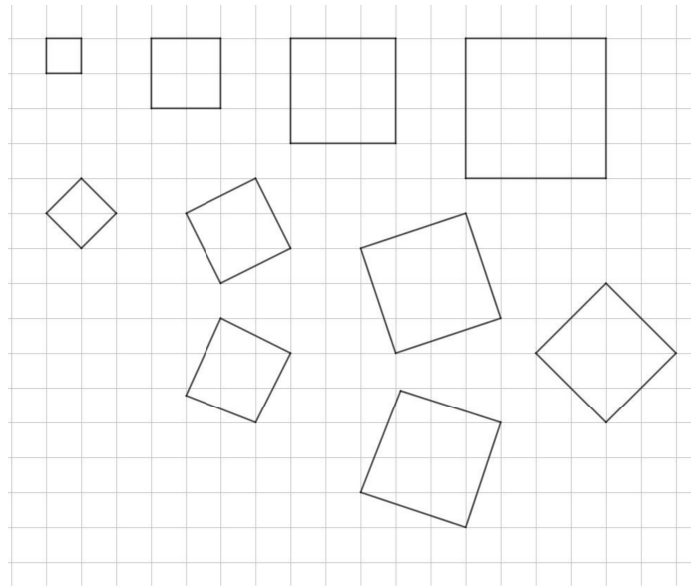
2×2 -ben ferden: 9db (1 pont)

3×3 -ban ferden: $4 \cdot 2 = 8$ db (1 pont)

4×4 -ben ferden: $1 \cdot 3 = 3$ db (1 pont)

Összesen 50 eset. (1 pont)

Ha egyéb módon számolta össze helyesen az eseteket, a teljes pontszám megadható.



5. feladat: Egy 6 fős társaságban mindenki pontosan 3 másikat ismer. Igaz-e, hogy bármely két egymást nem ismerő embernek van közös ismerőse? Igaz-e az előző állítás ugyanezen feltételek mellett egy 7, illetve 8-fős társaság esetén?
(8 pont)

5. feladat megoldás: Az állítás igaz (1 pont). Vegyünk két tetszőleges embert, akik nem ismerik egymást. Ekkor a maradék négyből az egyikük is ismer 3-at és a másikuk is ismer 3-at. A skatulya elv szerint lesz olyan ember, akit mindketten ismernek (3 pont). 7 ember esetén nem lehetséges, hogy mindenki pontosan 3 másikat ismerjen, így a kérdés nem értelmezhető. (2 pont) 8 ember esetén pedig az állítás már nem igaz. Az alább található konstrukcióban A és B nem ismerik egymást és nincs közös ismerősük. (2 pont)

