Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

2018-2019

5.osztály

Döntő - MEGOLDÁSOK

1. *Ha elköltöttem a pénzem felét, és még a maradék két ötödét, majd a pénzem még elharmadoltam, s csak a harmadot tartottam meg, akkor hányszor annyi pénzem volt, mint amennyi most van?*

Megoldás:

Számoljunk tizedekben. Első költés után maradt 5/10 rész, második költés után maradt 3/10 rész ennek harmada 1/10 rész. A válasz tehát: 10-szer.

2. *Hány olyan 2-jegyű szám van, mely előállítható 5 szomszédos természetes szám összegeként?*

Megoldás:

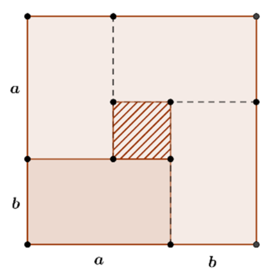
(1) 5 szomszédos természetes szám összege osztható 5-tel.
Sokféleképp igazolható. pl. 5-ös maradékokkal – ezt nem várjuk el ötödikestől, de előfordulhat, ***vagy*** algebrázva:
$a-2+a-1+a+a+1+a+2 = 5a$ esetleg $b+b+1+b+2+b+3+b+4 = 5b+10$, ez sem elvárás, de előfordulhat,
vagy konkrét példával – talán ez a legvalószínűbb – így:
$1+2+3+4+5 = 15$, ha 2-ről kezdjük, akkor $-1+6 = +5$-tel változik az összeg, így lépegetve a legkisebbtől a legnagyobbig 5-ösével nő az összeg.

(2) A legkisebb, ami előáll a $10 = 0+1+2+3+4$, a legnagyobb a $95 = 17+18+19+20+21$. 18 db 5-tel osztható (pozitív) kétjegyű szám van, s ezek mindegyike előállítható, tehát a válasz 18.

3. *Egy téglalap két szomszédos oldalát meghosszabbítottuk annyival, amennyi a másik oldal hossza. (A téglalap oldalai a, b és a>b) Az új oldalakkal egy négyzetet rajzoltunk. A négyzet területe a téglalap területének 4-szeresénél pontosan 25 cm^2-rel nagyobb. Hány cm az eredeti téglalap két szomszédos oldalának különbsége?*

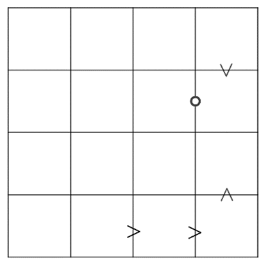
Megoldás:

Rajzoljunk be körüljárást tartóan a négyzetbe 4 ilyen téglalapot az ábra szerint. A középen keletkező négyzet területe 25 cm^2, ezért a két oldal különbsége 5 cm. (A középső sraffozott rész valóban négyzet: oldalai párhuzamosak az eredetivel, ezért szögei derékszögek, oldalai a-b hosszúak, tehát egyenlők.)



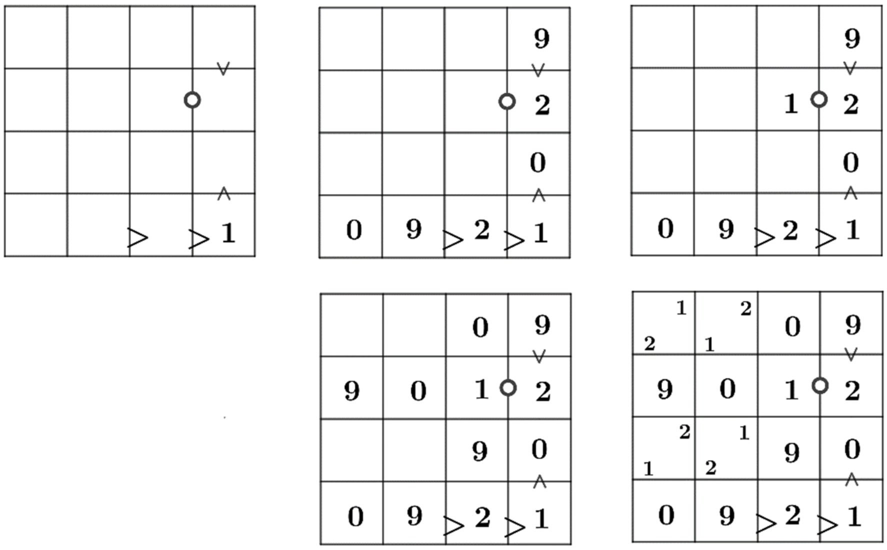
4. *Töltsd ki a 4×4-es négyzetet a 2019 számjegyeivel úgy, hogy*
   - *a relációk teljesüljenek,*
   - *a fekete karika azt jelenti, hogy a két szomszédos mezőben olyan számok állnak, melyek különbsége 1,*
   - *minden sorban és minden oszlopban szerepel mind a 4 számjegy.*

   Keresd meg az összes megoldást!



Megoldás:

(1) A jobb alsó sarokba csak az 1 kerülhet, mert 2 nagyobb van a sorában és egy kisebb az oszlopában.
(2) Ezután a beírt 1-es sorát és oszlopát a relációk szerint csak egyféleképp tölthetjük ki.
(3) A karika miatt a 2 mellé csak az 1 jöhet.
(4) A 2. sort most a 4. sor figyelembevételével csak egyféleképp tölthetjük ki.
(5) Az üresen maradt 4 négyzetbe a hiányzó 1;2 számpárt mindkét lehetséges módon elhelyezhetjük, így 2 helyes kitöltés van.



5. *Egybevágó kockáink vannak bőséggel piros, kék, sárga és zöld színűek, minden lapjuk mágneses. Úgy építünk 8 db-ból nagyobb kockát, hogy a nagy kockának minden lapján mind a négy szín megjelenjen. Hány különböző kocka építhető így? (Két kocka különböző, ha forgatással nem lehet őket egyforma színezésű helyzetbe hozni.)*

Megoldás:

Rakjuk le először az alsó szintet tetszőlegesen. PL:

P	S
K	Z

Z	K
S	P

A 2. szinten a kék és zöld fölé a P és a S jöhet csak, hogy a kocka elölről megfelelően színes legyen. Igen ám, de balról már látunk P-t, ezért oda csakis a S jöhet. Innen már látjuk, hogy az alsó szint lerakása egyértelműen meghatározza a felső szintet.

Azt is megfigyelhetjük, hogy a kirakott nagykocka átellenes sarkaiban (egy-egy testátló két végén) azonos színű kiskockák ülnek. Az alsó lapon a P-sal szemben Z, jobb oldalt P-sal szemben S, szemből nézve pedig P-sal szemben K kocka van. Így az, hogy az első szint lerakásakor P-sal szembe melyik szín kerül mindegy. Csupán az jelenthet új megoldást, hogy a K-t és a Z-t megcseréljük.

Ez valóban új megoldást ad, mert az előző kockával síkszimmetrikus állásba hozható, nem forgathatók azonos helyzetbe.
2 különböző megoldás van.

P	K
S	Z

Z	S
K	P