Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
7.osztály
Döntő
Megoldások

1. *Péter és Pál választott egy-egy százzal osztható számot. Mindketten a saját választott számukhoz hozzáadták a szám tizedét és a századát is. Ekkor Péter összege 48 507, Pálé pedig 277 612 lett. Az egyikük eredménye helyes, a másik fiú viszont a helyes számolás eredményeképpen kapott szám utolsó számjegyét rosszul írta le. Melyikük eredménye helyes? Adjuk meg, hogy melyik százzal osztható számot választotta Péter, illetve Pál?*

Megoldás:

Legyen az eredeti szám $100a$, ekkor a tizede $10a$, százada pedig a, ahol a egy egész szám. A három szám összege: $100a + 10a + a = 111a$, tehát a számolás végén kapott értéknek oszthatónak kell lennie 111-gyel. Mivel a $277\ 612$ nem osztható111-gyel, ezért Pál hibázott. $277\ 612$-ben a 111 megvan 2501-szer, és marad az 1. Mivel az utolsó számjegy lett elírva, ezért csak a $277\ 611$ lehet a helyes eredmény, és a Pál által választott szám a $250\ 100$. A Péter által kapott $48\ 507$-ben a 111 megvan 437-szer, tehát Péter a $43\ 700$-at választotta a számolás alapjául.

2. *Egy téglalapot az oldalaival párhuzamos vágásokkal kilenc darabra vágtunk. Az egyes darabokba beleírtuk a területüket négyzetcentiméterben kifejezve. Mennyi az x-szel jelölt darab területe?*

4	5	
	12	30
8		x

Megoldás:

Az első oszlopban levő 4 és 8 területű téglalapokat tekintve a terület azért változik, mert bár a szélességük ugyanakkora, a magasságuk eltér, így az alsó sorban lévő téglalapok magassága 2-szer akkora, mint a felső sorban lévőké. Ennek alapján a 12 területű téglalap alatt 10 területű téglalap van. Hasonlóan a második és harmadik oszlop között haladva a terület azért változik, mert az oszlopok szélessége megnő, mégpedig a 12 és 30 területű téglalapok viszonya alapján a $2{,}5$-szeresére. Így x értéke $10 \cdot 2{,}5 = 25$.

3. Öt darab különböző nagyságú barackunk van, és három darab különböző nagyságú almánk van. Két csomagot kell készíteni belőlük úgy, hogy mindkét csomagban négy-négy darab gyümölcs legyen, melyek legalább egyike alma. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?(Két csomagolás akkor különböző, ha nem ugyanúgy osztottuk szét a különböző fajtájú és méretű gyümölcsöket.)

Megoldás:

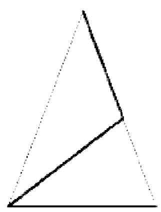
Mivel mindkét csomagba kell almát tennünk, ezért az egyik csomagban egy alma, a másikban kettő lesz. Ezt háromféleképpen állíthatjuk elő, aszerint, hogy melyik alma marad egyedül. A két alma mellé még két barackot kell választanunk. Ezt a rendelkezésre álló öt darabból összesen 10-féleképpen tehetjük meg. Mivel az almák szétosztásától függetlenül végezhetjük el a barackok szétosztását, ezért összesen $3 \cdot 10 = 30$-féle csomagpárt készíthetünk.

4. Egy háromszögnek van két egyenlő hosszúságú magassága. Mutasd meg, hogy van a háromszögnek két egyenlő szöge!

Megoldás:

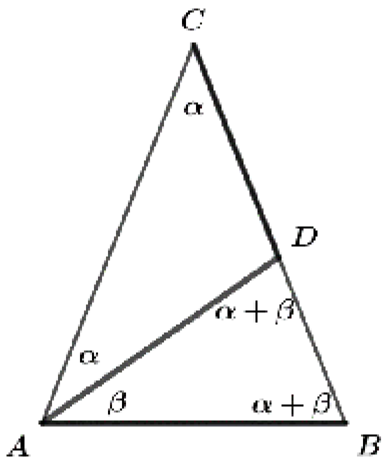
Legyen $m_a = m_b$. Ekkor $T = \frac{a \cdot m_a}{2} = \frac{b \cdot m_b}{2}$. Innen $a = b$, azaz a háromszög egyenlőszárú. Az alap oldalfelező merőlegese szimmetriatengelye a háromszögnek, tehát az alapon fekvő két szög egyenlő.

5. Az ábrán látható egyenlő szárú háromszögben a vastagon rajzolt szakaszok is egyenlőek. Mekkorák a háromszög szögei?



Megoldás:

Az ADC egyenlőszárú háromszög AC alappal, így $DAC\sphericalangle = DCA\sphericalangle = \alpha$. Az ABD egyenlőszárú háromszög BD alappal, szárszöge β, alapon fekvő szögei$\alpha + \beta$, ABC egyenlőszárú háromszög AB alappal miatt. Az ADB szög az ADC háromszög egyik külső szöge, ezért $ADB\sphericalangle = 2\alpha$.



Így $ADB\sphericalangle = 2\alpha = \alpha + \beta$, emiatt $\alpha = \beta$.

Tehát az ABC háromszög belső szögeinek összege: $180° = 5\alpha$, azaz $\alpha = 36°$. Tehát a háromszög szárszöge $36°$, az alapon fekvő szögei $72°$-osak.