Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye

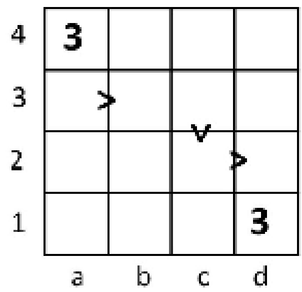
2017-2018

6.osztály

Döntő - MEGOLDÁSOK

1. *Írd be a táblázat mezőibe az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban mind a négy szám pontosan egyszer szerepeljen, és a megadott relációk is teljesüljenek.*

Megoldás: $c3 > c2 > d2$, foglaljuk táblázatba a lehetőségeket e 3 mezőre:



	c3	c2	d2
I.eset	4	3 2	2 vagy 1 1
II. eset	3	2	1

I. eset: $c3 = 4$

a3 nem lehet 3, de 4 sem, mert sorában, oszlopában már van ilyen. $a3 > b3$, ezért $a3 = 2$ és $b3 = 1$ marad. Ekkor viszont *d3*-ba már csak a 3-as jut, ami *d1*-gyel ütközik. Az I. eset tehát nem ad megoldást.

II. eset

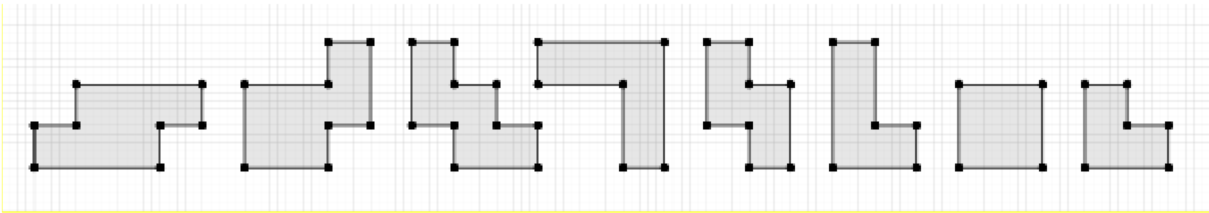
$c3 = 3$, amiből $c2 = 2$,(mert van nála kisebb tőle jobbra) $d2 = 1$. Most $a3; b3$ párosba az előbbi 2;1, vagy 4;2, vagy 4;1 írható. Ha viszont *a3*-ba 4-et írunk, akkor *a2* mezőt nem tudjuk kitölteni, mert sorában és oszlopában minden szám megjelent, ezért marad az előbbi 2;1 számpár $a3; b3$-ba. Innen a Sudoku szabályait követve folytatjuk a kitöltést: $d3 = 4, d4 = 2$,s mivel csak egy db 2-es hiányzik a táblából, az csak a *b1* lehet. $b4 = 4$ (mert sorában vagy oszlopában szerepel a többi szám), így $c4 = 1$ adódik. Most $b2 = 3 \rightarrow a2 = 4 \rightarrow a1 = 1 \rightarrow c1 = 4$

3			
2	*1*	*3*	*4*
		2	1
			3

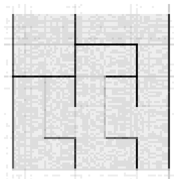
3	4	*1*	*2*
2	1	3	4
		2	1
	2		**3**

3	4	1	2
2	1	3	4
4	*3*	2	1
1	2	*4*	**3**

2. *Az ábrán látható elemeink vannak. Kihagyható-e pontosan 2 elem úgy, hogy a maradék készletből egy négyzetet lehessen kirakni. Ha igen, add meg, melyik két elemet kell kihagyni, és hogyan lehet kirakni a négyzetet, ha nem, állításod indokold. (Az elemek 3, 4, 5 vagy 6 egybevágó négyzetből állnak.)*



Megoldás:



Az elemek területe összesen: 4+4+4+3+5+5+6+6=37. Egy 37-nél kisebb területű négyzet területe lehet 36, 25, 16, 9, 4, vagy 1. Mivel csak 2 elemet hagyhatunk el, a levont terület legfeljebb 6+6=12 egység, 37-12=25, így az ennél kisebb négyzetek nem jönnek számításba. 1 egység területű elemünk nincs, ezért a 36 sem lehet jó.
Így az elhagyható elemek a 6 egységnyiek, és 25 egységnyi négyzetet kell kirakni a többiből, ha ez lehetséges.És lehet. Ld. pl.az ábrát!

3. *Pisti programozni tanul. Írt egy programot, ami random (tetszőlegesen, véletlenszerűen) választ 3 db 10-nél nagyobb prímet, és ezeket a számhármasokat kiírja a monitorra. Pistinek már van egy csomó ilyen számhármasa. Néhányat megvizsgált, és ezek mindegyikénél azt vette észre, hogy a három szám között vagy van kettő, amelyiknek az összege osztható 10-zel, vagy ha nincs, akkor van kettő olyan, amelyiknek a különbsége osztható 10-zel. Pl a (101; 37; 643) között a 643+37 ilyen, míg a (761; 821; 13) esetében a 821-761 ilyen.*
Vajon biztos-e, hogy a program által kiírt számhármasok mindegyike ilyen lesz, bármeddig fut is a program?

Megoldás:
Igen, biztos. A 10-nél nagyobb prímek végződése 1, 3, 7, 9 lehet. Páros nem, mert akkor 2-vel lenne osztható a szám, 5 sem, mert akkor 5-tel. A 3 szám között, ha van két azonos végződésű, akkor azok különbsége 0-végű, így osztható 10-zel. Ha viszont nincs 2 egyforma, akkor a 4 végződés közül csak 1 hiányzik, így a 3+7 és a 9+1 páros egyike megjelenik. Ezek összege 0-végű, tehát osztható 10-zel.

4. *A 6. b tanulói között sokan zenélnek, és sokan sportolnak, mindössze 6 olyan diákja van ennek az osztálynak, aki e két elfoglaltság egyikére sem jár. A zenélők ¾ része sportol, míg a sportolók 2/3 része zenél. 12-en mindkettőre járnak.*
Hány zenész, hány sportoló jár az osztályba, és hány fős ez az osztály?

Megoldás:
A zenélők ¾ része 12 fő, a zenészek száma tehát $12 * 4 \div 3 = 16$.
A sportolók 2/3 része ugyanez a 12 fő, a sportolók száma tehát $12 * 3 \div 2 = 18$.
Az osztálylétszám ezért $18 + 16 - 12 + 6 = 28$ fő.

5. *Hány olyan 3-jegyű szám van (tízes számrendszerben), mely legfeljebb 2 különböző számjegyet tartalmaz?*

Megoldás:

Olyan 3-jegyű szám, mely csak egyféle számjeggyel bír **9 db** van. (111, 222, …, 999)
A 2-féle számjegyűeket számoljuk most össze, jelöljük a-val az első számjegyet. aab, aba, abbalakú számok lesznek jók. Itt a nem lehet 0, tehát 9-féle értéket vehet fel, míg b lehet 0, de a-val nem egyenlő, így b is 9 féle értéket vehet fel. Eszerint a és b számpárra $9 * 9 = 81$ választás lehetséges.

Mindhárom típusban ugyanennyi, ez $3 * 81 = 243$, amihez jön még az első 9 szám, összesen tehát **252 db**ilyen szám van.