Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2016-2017
5.osztály
Döntő

Megoldások

1. *Egy kávéházban találkozik Fehér, a szobrász, Fekete, a hegedűművész és Vörös, a festőművész. Valamelyikük a következőt mondja: „Milyen érdekes! Egyikőtöknek fehér a haja, másiktoknak vörös, az enyém meg fekete, de egyikünk hajszíne sem egyezik a nevével.” Fehér rábólint: „Csakugyan, teljesen igazad van!”*
   Milyen színű a festőművész haja?

Megoldás:

Az első beszélő haja fekete, ezért ő nem Fekete, de nem is Fehér, mert Fehér válaszol neki, tehát az első beszélő Vörös (fekete hajjal).

Mivel ő a festő, így a kérdezett hajszín fekete

2. *Nevezzünk egy számot „szerencsésnek”, ha számjegyei két csoportba oszthatók úgy, hogy a jegyek összege mindkét csoportban ugyanannyi. Pl a 41.375 szerencsés szám, mert 3+7=4+1+5.*
   Melyek azok a 3-jegyű szerencsés számok, melyeknek egyik szomszédja is szerencsés?

Megoldás:

A két egyenlő összegű csoportba osztás csak akkor lehetséges, ha a számjegyösszeg páros.

A keresett szám szomszédja nála 1-gyel nagyobb (vagy kisebb), ez csak akkor tud szintén páros lenni, ha közben 10-es átlépés van. (Egyébként a jegyösszeg is csak 1-gyel változik, így páratlanná válva).

Tehát a két szomszédos szerencsés szám egyike (a kisebb) 9-re végződik, a másik 0-ra.

Jelöljük így: $\overline{ab9}$ és $\overline{a(b+1)0}$. Mivel a 9 a legnagyobb számjegy, a 9-et tartalmazó szám csak akkor lehet „szerencsés”, ha a másik két jegy összege 9.

$a + b = 9.$

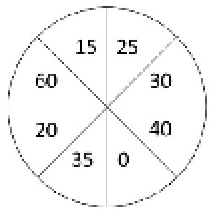
A 0 végű „szerencsés” csak úgy lehet szerencsés, ha $a = b + 1$, ezért $a = 5$ és $b = 4$.

Két ilyen szám van: 549 és $550.$ $(5 + 4 = 9,$ és $5 + 0 = 5)$

(Nem lehet a tízes helyiértéken is tízes átlépés, mert ekkor a 2 utolsó számjegy 0 lenne, míg az első jegy 0-nál nagyobb. Az ilyen szám nem „szerencsés”.)

3. *Ezen a céltáblán 75 pontot kell elérni 4 lövéssel. Érvénytelen lövésünk nincs (mindegyik talál) és egy sorozatban eltalált 4 szám más sorrendbe rakva nem jelent új sorozatot.*

Hányféleképpen érhető el a kitűzött pontszám?



Megoldás:

Rendezzük megoldásainkat táblázatba! Tartsunk csökkenő számsorrendet: $a \geq b \geq c \geq d$

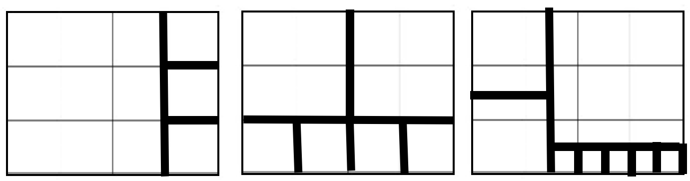
a	60	40	40	35	35	30	30	30	25	25	20
b	15	35	20	25	20	30	25	15	25	20	20
c	0	0	15	15	20	15	20	15	25	15	20
d	0	0	0	0	0	0	0	15	0	15	15

11 megoldás lehetséges.

4 *Adott egy olyan téglalap, melynek a rövidebb oldala a hosszabb oldalnak $\frac{3}{4}$ része. Oszd fel a téglalapot*

a) 4 négyzetre;
b) 6 négyzetre
c) 8 négyzetre!
(A négyzeteknek nem kell egybevágóknak lenni.)

Megoldás:



5. *Egy matematikaversenyen 2 feladatot tűztek ki, s az indulók mindegyike megoldott legalább egy feladatot. Az elsőt a versenyzők 3/5 része, a másodikat a versenyzők 4/5 része oldotta meg. Pontosan egy feladattal 63 versenyző készült el. Hányan indultak a versenyen?*

Megoldás:

$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 1 + \frac{2}{5}$, a versenyzők $2/5$ része oldotta meg mindkét feladatot. Csak az elsőt tehát a versenyzők $3/5 - 2/5 = 1/5$ része, míg csak a másodikat a versenyzők $4/5 - 2/5 = 2/5$ része oldotta meg. Eszerint pontosan egy feladatot a versenyzők $1/5 + 2/5 = 3/5$ része oldott meg, s ez 63 fő. Így a teljes versenyzői létszám $63: 3 * 5 = 105$ fő.