

Budapesti Általános Iskolák Matematikaversenye
2013. döntő
6. osztály
Javítási útmutató

1. *Egy háromfordulós matematika verseny első fordulója után továbbjutott a versenyzők 2/5 része. A második fordulóból az ott résztvevők 3/7 része jutott tovább a döntőbe. Ha fordítva történt volna: az első fordulóból a versenyzők 3/7-e, míg a második fordulóból az ott résztvevők 2/5-e jutott volna tovább, akkor összesen az egész verseny során 8 dolgozattal többet kellett volna a tanároknak kijavítani. Hányan indultak a versenyen?*

Az első fordulóban mindkét esetben ugyanannyian vettek rész.....1p
A harmadik fordulóban az első esetben a 2/5 rész 3/7-e, a második esetben a 3/7 rész 2/5-e ez szintén ugyanannyi (az összlétszám $2/5 \cdot 3/7 = 6/35$ szerese).....3p
A különbség tehát csak a 2. fordulóban jelentkezik.....2p
 $3/7 - 2/5 = 15/35 - 14/35 = 1/35$ része a versenyzőknek a 8 fő.....2p
 $35/35$ rész = $35 \cdot 8 = 280$ fő, ennyien indultak a versenyen.....2p

össz: 10pont

2. *Három pozitív egész szám közül az első kettőnek a legnagyobb közös osztója 4, az elsőnek és a harmadiknak a legnagyobb közös osztója 8, és a második és a harmadik legnagyobb közös osztója a 20. Mi lehet ez a három szám?*

Vezessük be a következő jelöléseket(1) $(a;b) = 4$, (2) $(a;c)=8$ (3) $(b;c)=20$
Építsük fel prímtényezőiből a három számot a feltételeknek megfelelően!
(2) alapján a -ban van 3 db 2-es prímtényező.....1p
(2) és (3) alapján c -ben van 3 db 2-es és egy 5-ös tényező.....1p
(1) és (3) szerint b -ben van 2 db 2-es, de nincs 3 db, és van benne egy 5-ös.....1p
 $a=2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
 $b= 2 \cdot 2 \cdot 5=20$
 $c= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5=40$ egy lehetséges megoldás.....3p
Ebből végtelen sok további megoldás nyerhető.....2p
Ha például a számokat különböző (nem 2 és nem 5) prímeikkel bővítjük, mert így a legnagyobb közös osztó nem változik.....2p

össz: 10pont

3. *Béla és apukája a Balaton partján egy kupac kagylóval a következő játékot játsszák: Középre letesznek 50 db kagylót, majd felváltva elvesznek a kupacból 1, 2, vagy 3 db-ot. Az nyer, aki az utolsókat elveszi. Béla mindenképp nyerni akar, mert egy nagy adag fagyit tét. Meg tudja-e nyerni biztosan, ha ő döntheti el, hogy ki kezdi a játékot? Hogyan játsszon?*

- Kezdő legyen Béla.....1p
 Először elvesz 2 kagylót,.....1p
 Így eléri, hogy 4-gyel osztható a kupacban a darabszám.....2p
 Ezután a második játékos bármennyit vesz el, a következő lépésben kezdő kiegészíti azt 4-re.....2p
 Így minden 2 lépés után 4-gyel osztható a kupacbeli darabszám.....2p
 Az utolsó ilyen szám a 4, ebből a második csak 1, 2 vagy 3 db-ot vehet el, így kezdő nyeri a játékot.....2p

össz: 10pont

4. *Egybevágó kockákból építünk egy testet úgy, hogy a kockákat teljes lapjuknál ragaszthatjuk egymáshoz. Egy kocka éle 1 cm, és 50 db kockánk van. Építhető-e belőlük olyan test, melynek a felszíne 25 cm²? (Nem szükséges minden kockát felhasználni.)*

- Nem lehetséges ilyet építeni.....1p
 Ragasztás előtt kockánként 6 cm²-nyi felszín áll rendelkezésre.....1p
 Valahány felhasznált kocka*6, ami páros szám.....2p
 Minden egyes ragasztáskor 2 lapot ragasztunk össze.....2p
 Egy ragasztás tehát az összfelszínt 2-vel csökkenti.....2p
 Páros számról indulva kettősével csökkentve csak páros számhoz juthatunk.....1p
 a 25 nem páros.....1p

össz: 10pont

5. *Feri, Gyula, Jancsi és Karcsi meglátogatták egy barátjukat. A négy fiú családi neve – valamilyen sorrendben: Kiss, Nagy, Szabó és Molnár. Elsőnek Molnár érkezett, másodiknak Jancsi, harmadikként Kiss és végül Gyula. Mindannyian hoztak ajándékot: Molnár bűvös kockát, Feri golyóstollat, Gyula virágot, Szabó pedig könyvet. Mi a négy fiú teljes neve?*

- Az érkezés sorrendjéből kiderül, hogy Molnár nem Jancsi és nem Gyula.....1p
 és Kiss sem Jancsi és nem Gyula.....1p
 Az ajándékokból megtudjuk, hogy Molnár nem Feri, így Molnár Karcsi.....2p
 Így Kiss már csak Feri lehet.....2p
 Az ajándékok szerint Gyula és Szabó nem azonos, így Szabó Jancsi.....2p
 és Gyula a Nagy.....1p
 A nevek tehát: Molnár Karcsi, Kiss Feri, Szabó Jancsi, Nagy Gyula.....1p

össz: 10pont

