

BUDAPESTI ÁLTALÁNOS ISKOLÁSOK MATEMATIKA VERSENYE
MEGOLDÁSOK
2009-2010 6. osztály

1. A következő összeadásból hiányoznak számjegyek, ezek helyét csillag (*) jelöli. (Nem feltétlen különbözőek) Keresd meg az összes helyes kitöltést!

$$\begin{array}{r} X, 4 0 6 \\ 2 2, 7 a b \\ d * Y, 4 2 1 \\ + \quad 4, c 7 2 \\ \hline 9 0 0, 0 0 0 \end{array}$$

Az a, b, c helyeket csak egy-féleképpen tölthetjük ki
 $a=0, b=1, c=4, d=8$3p
 $X+Y$ oszlopába az előzőből 2 maradék érkezik,
 így $8+X+Y=10$, vagy 20 , vagy 30 , ebből $X+Y=2$, vagy 12 ,
 a 22 már sok.....2p

X	0	1	2
Y	2	1	0

ekkor $*=7$, vagy.....2p

X	3	4	5	6	7	8	9
Y	9	8	7	6	5	4	3

ekkor $*=6$,2p

tehát 10 megoldás van.2p

.....összesen 10p

2. 6 egyforma négyzetlapból készítettünk sokszögeket úgy, hogy a négyzetlapokat teljes oldaluk mentén illesztettük össze. Rajzold le, milyen lehetett, amelyikről tudjuk, hogy

- a) van 2 szimmetria tengelye;
 b) pontosan 1 szimmetria tengelye van;
 c) van olyan szimmetria tengelye, amelyik nem párhuzamos az oldalaival;
 d) nincs szimmetria tengelye.

Ahol tudsz, keress 2 különböző megoldást. Az ábrákba rajzold bele a szimmetria tengelyeket is!

a) Helyes ábra tengelyekkel.....2p (tengelyek nélkül 1p)

b) 1 helyes ábra tengelyekkel.....2p

a második helyes ábra tengelyekkel 1p

c) 1 helyes ábra tengelyekkel.....2p

a második helyes ábra tengelyekkel 1p

d) A két helyes ábra 1-1p.....2p

A b,c)esetben a tengelyek hiánya ábránként 0.5p levonás

.....összesen 10p

3. Egy papírlapon ez állt:

1. Ezen a lapon legfeljebb 1 állítás igaz.
--

2. Ezen a lapon legfeljebb 2 állítás igaz.
3. Ezen a lapon legfeljebb 3 állítás igaz.
4. Ezen a lapon legfeljebb 4 állítás igaz.
5. Ezen a lapon legfeljebb 5 állítás igaz.

Határozd meg, mely állítások igazak.

5 állítás van a lapon, ezért az ötödik mindenképpen igaz2p
 Ha az állítások egyike igaz, akkor az azt követő állítások mind igazak,.....2p
 ezért az első két állítás nem lehet igaz, hiszen több állítás van mögöttük.....2p
 Ha a 3. állítás sem lenne igaz, akkor legalább 4 igaz állítás kellene,
 de csak a 4. és az 5. maradt, ami kevés.....1p
 Tehát a 3. állítás igaz, és vele a 4. és 5. is, az első kettő hamis.....3p
összesen 10p

4. Gondoltam egy számot. Ha a harmadához hozzáadom a felét, már csak 5-öt kell hozzáadni, hogy a gondolt számot kapjam. Melyik ez a szám?

Egy szám harmadának és felének az összege a számnak az öthatod része.....5p
 Ehhez az 1 hatodát kell adni, hogy a számot visszakapjuk.....2p
 Ezért a gondolt szám $1/6$ része 5.....1p
 A szám tehát $6 \cdot 5 = 30$2p
összesen 10p

5. Hány olyan 4-jegyű szám van, ami osztható 5-tel is, és 4-gyel is?

Ha egy szám osztható 4-gyel is, és 5- tel is, akkor 20-szal osztható.....2p
 Azok a számok oszthatók 20-szal, melyek végződése: 00,20,40,60, vagy 80.....2p
 A 4-jegyű szám első két helyiértékén bármilyen 2-jegyű szám állhat, ezek száma
 90.....2p
 $9 \cdot 10$ (az első helyen 0 nem állhat, a többi 9 féle számjegy igen, a második helyen mind a 10 féle
 számjegy lehetséges)
 Vagy így: a 2-jegyűek száma $99-9=90$ (1-től 99-ig az első 9-et, az egyjegyűeket kell
 elhagyni).....2p
 Az első 2-jegyűt 90, az utolsó 2 jegyet 5 féleképp választhatjuk, összesen
 $90 \cdot 5 = 450$ db ilyen 4-jegyű szám van.....2p
 összesen.....10p

2. megoldás

Ha egy szám osztható 4-gyel is, és 5- tel is, akkor 20-szal osztható.....2p
 Azok a számok oszthatók 20-szal, melyek végződése: 00,20,40,60, vagy 80.....2p
 Minden 20-adik szám ilyen.....1p
 1-től 9999-ig van $9999:20$ (egész része), azaz 499 db.....2p
 ebből 1-től 999-ig található $999:20$ (egész része) 49 db.....2p
 $499-49= 450$ db tehát 4-jegyű.....1p
 összesen.....10p