

Feladatok

7. osztály

1. Egy ruha árának ötöde a kereskedő haszna. Ha megemelné az árat 200 Ft-tal, akkor már csak az ár harmada lenne a haszna? Mennyi a ruha ára?
2. Egy iskolában kémiát, angolt, franciát, földrajzot, matematikát, és fizikát tanítanak a következő tanárok: Barna, Kovács Horváth és Nagy. Minden tanár három szakot tanít, és minden tantárgyat két tanár tanít. Az angolt és a franciát ugyanazok tanítják. Nagy tanár úr tárgyai közül kettőt Kovács is tanít. A matematika tanárai Nagy és Horváth tanár urak. Ha Horváth tanár úr kémiát is tanít, és Kovács tanár úr nem tanít fizikát, akkor kik tanítják a földrajzot?
3. Az $ABCD$ paralelogramma AD oldalának felezőpontja F , az AB oldalának felezőpontja E . Hányadrésze az EFC háromszög területe az $ABCD$ paralelogramma területének?
4. Egy téglalap oldali 5 és 9 egység. A téglalapot felbontottuk 10 db egész oldalhosszúságú téglalagra. Igazold, hogy ezek között van két egyenlő területű téglalap.
5. Az $ABCD$ trapéz csúcsait koordinátarendszerben adtuk meg. $A(a;0)$ $B(5;m)$ $C(2;m)$ $D(0;0)$ Add meg a hiányzó egész koordinátákat, ha a trapéz területe 25 egység?

Javítókulcs

1. Egy ruha árának ötöde a kereskedő haszna. Ha megemelné az árat 200 Ft-tal, akkor már csak az ár harmada lenne a haszna? Mennyi a ruha ára?

A ruha eredeti ára x Ft. A ruha önköltségi ára állandó, a haszon változhat. (2 pont)

A ruha önköltségi ára áremelés előtt $\frac{4}{5}x$, áremelés után $\frac{2}{3}(x + 200)$. (4 pont)

$$\frac{4}{5}x = \frac{2}{3}(x + 200)$$

$$x = 1000$$

Azaz a ruha ára 1000 Ft. (2 pont)

Ellenőrzés szövegbe. (2pont)

Másként:

Az eredeti ár $\frac{4}{5}$ része a ruha önköltségi ára. Ez a megemelt ár $\frac{2}{3}$ része, tehát a megemelt ár az eredeti ár $\frac{6}{5}$ része. Tehát a 200 Ft-os emelés a ruha árának $\frac{1}{5}$ része, azaz a ruha ára 1000 Ft.

2. Egy iskolában kémiát, angolt, franciát, földrajzot, matematikát, és fizikát tanítanak a következő tanárok: Barna, Kovács Horváth és Nagy. Minden tanár három szakot tanít, és minden tantárgyat két tanár tanít. Az angolt és a franciát ugyanazok tanítják. Nagy tanár úr tárgyai közül kettőt Kovács is tanít. A matematika tanárai Nagy és Horváth tanár urak. Ha Horváth tanár úr kémiát is tanít, és Kovács tanár úr nem tanít fizikát, akkor kik tanítják a földrajzot?

Készítsünk táblázatot a kiinduló helyzetről.

	Barna tanár úr	Kovács tanár úr	Horváth tanár úr	Nagy tanár úr
Kémia			x	
Angol				
Francia				
Földrajz				
Matematika	-	-	x	x
Fizika				

Tudjuk, hogy Nagy és Kovács két tárgyat tanít közösen, ez nem lehet a fizika, mert azt Kovács nem tanítja, és nem lehet matematika, mert ennek mindkét tanárát ismerjük, és nem lehet kémia sem, mert ennek egyik tanára Horváth. Mivel az angolt és a franciát ugyanazok tanítják, csak ez a két tárgy lehet. **(4 pont)**

	Barna tanár úr	Kovács tanár úr	Horváth tanár úr	Nagy tanár úr
Kémia		-	x	-
Angol		x		x
Francia		x		x
Földrajz				
Matematika	-	-	x	x
Fizika		-		-

Ebből következik, hogy fizikát Barna és Horváth tanár úr tanít. Barna tanár úr nem tanít angolt franciát és matematikát, így a másik három tárgyat tanítja. **(3 pont)**

	Barna tanár úr	Kovács tanár úr	Horváth tanár úr	Nagy tanár úr
Kémia	x	-	x	-
Angol	-	x	-	x
Francia	-	x	-	x
Földrajz	x			
Matematika	-	-	x	x
Fizika	x	-	x	-

A táblázatból látható, hogy Horváth és Nagy tanár úr nem taníthat földrajzot, így Kovács tanár úr a másik földrajz tanár. **(2 pont)**

A két földrajz tanár tehát Barna tanár úr és Kovács tanár úr. **(1 pont)**

3. Az $ABCD$ paralelogramma AD oldalának felezőpontja F , az AB oldalának felezőpontja E . Hányadrésze az EFC háromszög területe az $ABCD$ paralelogramma területének?

A CDF háromszög területe a paralelogramma területének negyedrésze, mert a CF az ABC háromszög súlyvonala, a súlyvonal pedig felezi a háromszög területét, az AC átló pedig felezi a paralelogramma területét. Ugyanilyen módon belátható a BCE háromszögre is. **(3 pont)**

Az AEF háromszög területe a paralelogramma területének nyolcadrésze, mert az ABD háromszög a paralelogramma területének fele. Másrészt az ABD háromszögben az EF középvonal. A háromszög középvonalai négy egybevágó háromszögre bontják a háromszöget.

(4 pont)

A paralelogrammából elhagyva az AEF , EBC , CDF háromszögeket, a paralelogramma területét ötnyelccaddal csökkentettük. Így az EFC háromszög területe a paralelogramma területének $\frac{3}{8}$ része.

(3 pont)

4. Egy téglalap oldali 5 és 9 egység. A téglalapot felbontottuk 10 db egész oldalhosszúságú téglalagra. Igazold, hogy ezek között van két egyenlő területű téglalap.

A téglalap területe $5 \cdot 9 = 45$ területegység.

(1 pont)

Mivel a kis téglalapok oldalai egész számok, ezért területe is egész szám.

(2 pont)

Adjuk össze az első 10 pozitív egész számot, ennek összege

(2 pont)

$$1 + 2 + \dots + 9 + 10 = 55 > 45,$$

(2 pont)

Ezért, a téglalapot nem lehet felbontani 10 darab egész oldalhosszúságú téglalagra úgy, hogy azok területe különböző legyen, hiszen ekkor területük összege legalább 55 lenne. (3 pont)

5. Az $ABCD$ trapéz csúcsait koordinátarendszerben adtuk meg. $A(a;0)$ $B(5;m)$ $C(2;m)$ $D(0;0)$ Add meg a hiányzó egész koordinátákat, ha a trapéz területe 25 egység?

A trapéz területét $T = \frac{a+c}{2} \cdot m$ képlettel számolhatjuk ki.

(1 pont)

A trapéz párhuzamos oldalai: a egység illetve 3 egység., magassága m egység.

(2 pont)

Így a terület:

$$25 = \frac{a+3}{2} \cdot m \cdot 2$$

(1 pont)

$$50 = (a+3) \cdot m$$

(1 pont)

Mivel tudjuk, hogy az oldalak és a magasság is egész számok, ezért 50-et kell két tényező szorzatokra bontani.

m	1	2	5	10	25	50
$a+3$	50	25	10	5	2	1
a	47	22	7	2	Nem lehet	Nem lehet

(4 pont)

4 ilyen trapéz létezik. A keresett koordináták:

(1 pont)

$a = 47; m = 1$

$a = 22; m = 2$

$a = 7; m = 5$

$a = 2; m = 10$