

Arany Dániel Matematikai Tanulóverseny
2016/2017-es tanév
első (iskolai) forduló
Haladók – II. kategória

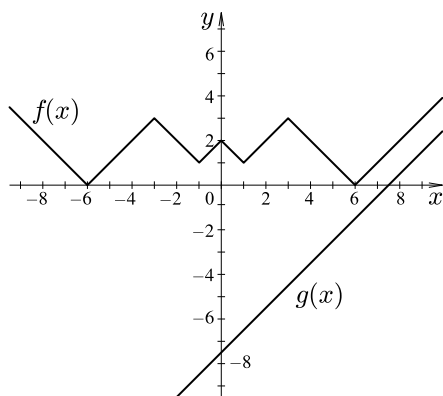
Megoldások és javítási útmutató

1. A k valós paraméter értékétől függően hány valós megoldása van a következő egyenletnek?

$$\left| \left| \left| |x| - 1 \right| - 2 \right| - 3 \right| = x - k.$$

Megoldás. Grafikus megoldás:

A baloldali függvény ábrázolása: $f(x) = \left| \left| \left| |x| - 1 \right| - 2 \right| - 3 \right|$. 2 pont



A jobboldali függvényt, $g(x) = x - k$, az előző ábrára illesztve és önmagával párhuzamosan eltolva, a két grafikon metszéspontjainak száma adja az egyenlet megoldásainak számát.

1 pont

Ha $k = -6$ vagy $k = -2$ vagy $k = 0$ vagy $k = 6$, akkor a $g(x) = x - k$ egyenese illeszkedik az $f(x)$ függvény egy-egy szakaszára, ezért ezeknél a k értékeknél az egyenletnek végtelen sok megoldása van.

1 pont

Ha $k \in]-\infty; -6[$ vagy $k \in]-6; -2[$ vagy $k \in]-2; 0[$ vagy $k \in]0; 6[$,

1 pont

akkor az egyenletnek pontosan egy megoldása van.

1 pont

Ha $k \in]6; \infty[$, akkor az egyenletnek nincs megoldása.

1 pont

Összesen: 7 pont