

3. Egy osztályba 6 fiú jár, és közülük az egyik az alábbi történetet mesélte el:

Decemberben mindnyájan feleltünk történelemből. Minden számon kérő órán volt egy vagy több felelő közülünk, de olyan is akadt, akit nem kérdezett a tanár. Viszont mindegyikünk hallhatta a másik 5 személy feleletét (nem feltétlenül együtt) azon történelem órák valamelyikén, amikor ő éppen nem került kiválasztásra.

Adjuk meg, hogy legalább hány történelem órán volt felelés december hónapban ebben az osztályban!

(8 pont)

Megoldás. Először azt fogjuk belátni, hogy legfeljebb 3 számon kérő órával a feladat feltételei nem teljesíthetők. Jelöljük a fiúkat A, B, C, D, E, F -fel! Három vagy annál kevesebb számon kérő óra esetén, mivel a 6 fiú mindegyike felelt legalább egyszer, ezért kellett lennie olyan alkalomnak, amikor legalább két fiú került kiválasztásra.

(1 pont)

Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy az ezen alkalommal beszámoló két személy A és B volt. Ezen számon kérő órán kívül kellett lennie még két olyan másiknak is, amikor A nem felelt és hallhatta B feleletét, illetve ennek fordítottjaként egy másik esetben B nem került kiválasztásra és ő hallhatta A beszámolóját.

(1 pont)

Ez a 3 számon kérő óra azért nem elegendő a feladat összes feltételének teljesítéséhez, mert ahhoz, hogy A illetve B nem felelőként hallgathassa meg a C, D, E, F társak beszámolóját, ahhoz a 4 felsorolt személynek az előbb említett két számon kérő órán felelnie kellett volna. Viszont 3 számonkérés esetén azon az órán, amikor A és B együtt felelt, már nem kerülhetett kiválasztásra a C, D, E, F személyek egyike sem, hiszen akkor lett volna olyan személy, aki minden számonkérésnél szerepelt volna. Így viszont C, D, E, F tanulók közül egyik sem hallhatta volna a másik 3 személy feleletét akkor, amikor ő mentesült a számonkérés alól.

(3 pont)

4 számon kérő óra esetén a feladat feltételei már megvalósíthatók, például az alábbi csoportok feleltetésével: $\{A, B, C\}$, $\{A, D, E\}$, $\{B, D, F\}$, $\{C, E, F\}$.

(3 pont)