

2. Határozzuk meg azokat a  $p$  valós számokat, amelyekre az  $x^3 - x + p = 0$  egyenletnek van két olyan valós gyöke, amelyek különbsége 1!

**Megoldás.** Legyen a két gyök  $c$  és  $c + 1$ . Ha ezeket az egyenletbe behelyettesítjük, teljesül, hogy  $c^3 - 7c + p = 0$  és  $(c + 1)^3 - 7(c + 1) + p = 0$ .

1 pont

A második egyenletből vonjuk ki az elsőt, közben végezzük el a köbre emelést:

a  $3c^2 + 3c - 6 = 0$  egyenlethez jutunk.

2 pont

Ennek megoldásai:  $c_1 = 1$  és  $c_2 = -2$ .

1 pont

Ezeket az eredeti egyenletbe visszahelyettesítve a  $p_1 = 6$  és a  $p_2 = -6$  értékeket kapjuk.

1 pont

Az  $x^3 - 7x + 6 = 0$  egyenletbe az 1-t és a 2-t behelyettesítve, az  $x^3 - 7x - 6 = 0$  egyenletbe a  $-2$ -t és a  $-1$ -et behelyettesítve ellenőrizzük, hogy eredményünk jó.

2 pont

(Az ellenőrzés más módja is elfogadható, de az ellenőrzés igényének és módszerének egyértelműen meg kell jelennie.)

---

Összesen: 7 pont