

Átvételi vizsga 2019

speciális matematika tagozat

Számológép nem használható. Munkaidő 120 perc.

1. feladat András, Balázs és Csongor ugyanolyan könyvet szeretnének vásárolni. András pénzéből azonban hiányzik a könyv árának az $\frac{1}{3}$ része, Balázs pénzéből az $\frac{1}{4}$ része, Csongor pénzéből pedig az $\frac{1}{5}$ része. Ha a könyv 470 Ft-tal olcsóbb lenne, akkor a hármójuk pénzét teljesen elköltve éppen három darabot tudnának venni. Hány forintba kerül a könyv? (6 pont)

2. feladat A négyjegyű pozitív egész S szám jegyei a 3, 4, 5 és 6 valamilyen sorrendben. A szám közepén levő két jegy közül a nagyobbat jelölje n , a kisebbet k . Mi lehet S ha n -nel maradékosan osztva éppen k a maradék? (8 pont)

3. feladat Egy szabályos 12-szög oldalai pirosak. A sokszöget néhány átlójával háromszögekre vágjuk úgy, hogy a behúzott átlók nem metszik egymást a 12-szög belsejében. Legyenek ezek az átlók kékek. Az így kapott háromszögek közül azokat, amelyeknek van piros oldaluk "határos"-nak nevezzük. Azokat, amelyeknek minden oldala kék "belső"-nek nevezzük. Lehet-e ugyanannyi határos és belső háromszög? (8 pont)

4. feladat Egy 20×20 as táblázat első oszlopjának minden mezőjébe 1-et írtunk. A második oszlop minden mezőjébe 2-öt, a harmadik oszlop minden mezőjébe 3-at és így tovább egészen a huszadik oszlopig, amelynek minden mezőjébe 20-at írtunk. A táblázat bal felsőtől a jobb alsó sarkáig futó átlója mentén kitöröltük a számokat. Igazoljuk, hogy ezen átló felett a megmaradt számok összege éppen kétszer akkora, mint az átló alatti számok összege. (8 pont)

5. feladat Az ABC háromszögben $AC = BC$ és $\angle ACB = 40^\circ$. A háromszög belső P pontjára $AP < BP$ és $\angle APB = 110^\circ$. A BP szakaszfelező merőlegese D -ben metszi a BC oldalt, a DP egyenes pedig E -ben az AC oldalt.

(a) Bizonyítsuk be, hogy $AE + DB = ED$.

(b) Az ED szakasz felezőpontján át párhuzamost húzunk BC -vel, ez AB -t G -ben metszi. Mekkora az $\angle EGD$? (10 pont)

6. feladat Anna és Bea választanak egy egy pozitív egész számot és megsúgják számukat Cilinek. Cili közli, hogy a számok összege, vagy szorzata 120. Anna megjegyzi, hogy ebből még nem tudja kitalálni, mi Bea száma. Ezt hallva, némi töprengés után Bea azt mondja, nem tudja, mi Anna száma. Mi volt Bea száma? (10 pont)